

Hilfsblätter zu Grundlagen der Elektrotechnik III

Empfohlene Literatur:

1. Grundgebiete der Elektrotechnik Band 2: Zeitabhängige Vorgänge
von: Führer, Heidemann, Nerreter Carl Hanser Verlag ISBN 3-446-17769-8
2. Elektrische Maschinen
von: Rolf Fischer Carl Hanser Verlag ISBN 3-446-21810-6
3. Grundlagen der Elektrotechnik
Teil II: Induktion, Wechselströme, Elektromechanische Energieumformung
von: R. Pregla Hüthig Buch Verlag ISBN 3-7785-1971-9
4. Grundlagen der Elektrotechnik
von: Moeller / Frohne / Löcherer / Müller B.G. Teubner ISBN 3-519-46400-4
5. Elektrische Maschinen und Antriebe
von: Erich-Herbert-Lämmerhirt Carl Hanser Verlag ISBN 3-446-15316-0
6. Elektrische Antriebe
von: Werner Böhm Vogel Buchverlag ISBN 3-8023-0132-3
7. Elektrische Kleinmotoren
von: Helmut Moczala + 4 Mitautoren expert verlag ISBN 3-8169-0909-4

Die empfohlene Literatur ist in der Lehrbuchsammlung der FH vorhanden. Die Literaturangaben 1 und 2 unterstützen besonders die Vorlesung „Grundlagen der Elektrotechnik III“ (größere Anzahl in der Lehrbuchsammlung, teilweise ältere Auflagen).

Inhalt

1. Drehstromtechnik

- 1.1 Erzeugung symmetrischer Spannungen
- 1.2 Symmetrische Belastung
- 1.3 Unsymmetrische Belastung
- 1.4 Symmetrische Komponenten

2 Periodische nichtsinusförmige Größen

- 2.1 Harmonische Synthese
- 2.2 Eigenschaften nichtsinusförmiger Größen
- 2.3 Leistung bei Sinusspannung und nichtsinusförmigem Strom

3. Transformatoren

- 3.1 Aufbau und Bauformen
- 3.2 Betriebsverhalten des Einphasentransformators
- 3.3 Betriebsverhalten von Drehstromtransformatoren
- 3.4 Sondertransformatoren

4. Gleichstrommaschinen

- 4.1 Aufbau und Wirkungsweise
- 4.2 Betriebsverhalten der Gleichstrommaschine
- 4.3 Steuerung von Gleichstrommaschinen

5. Allgemeine Grundlagen der Drehstrommaschinen

- 5.1 Drehstromwicklungen
- 5.2 Blindwiderstände, Spannungserzeugung und Drehmoment

6. Asynchronmaschinen

- 6.1 Aufbau und Wirkungsweise
- 6.2 Darstellung der Betriebseigenschaften
- 6.3 Steuerung von Drehstrom-Asynchronmaschinen
- 6.4 Unsymmetrischer Betrieb der Asynchronmaschine

7. Synchronmaschinen

- 7.1 Aufbau und Wirkungsweise
- 7.2 Betriebsverhalten der Synchronmaschine
- 7.3 Sonderbauarten von Synchronmaschinen

8. Betriebsbedingungen elektrischer Maschinen

Prof. Dr.-Ing. Gregor Schenke

Emden im September 2002

1. Drehstromtechnik

1.1 Erzeugung symmetrischer Spannungen

In Einphasen-Systemen ist jeder Erzeuger oder Verbraucher ein Zweipol mit je einer Strombahn für Hin- und Rückleiter (Wechselstromtechnik).

Mehrphasen-Systeme sind Wechselstrom-Systeme mit mehr als zwei Strombahnen. Als Strang bezeichnet man Teile des Systems mit gleichem Schwingungszustand. In den verschiedenen Strängen des Mehrphasen-Systems haben die elektromagnetischen Größen gleiche Frequenz, aber unterschiedliche Nullphasenwinkel.

Das symmetrische Dreiphasen-System

Das Dreiphasen-System ist der Sonderfall eines Mehrphasen-Systems, es wird auch Drehstrom-System bezeichnet und hat in der elektrischen Energietechnik eine große technische Bedeutung. Bei ihm sind drei Stränge vorhanden.

Die gleichartigen elektromagnetischen Sinusgrößen eines Dreiphasensystems werden symmetrisch genannt, wenn ihre Amplituden in den drei Strängen gleich sind und ihre Nullphasenwinkel sich jeweils um 120° unterscheiden (1.1).

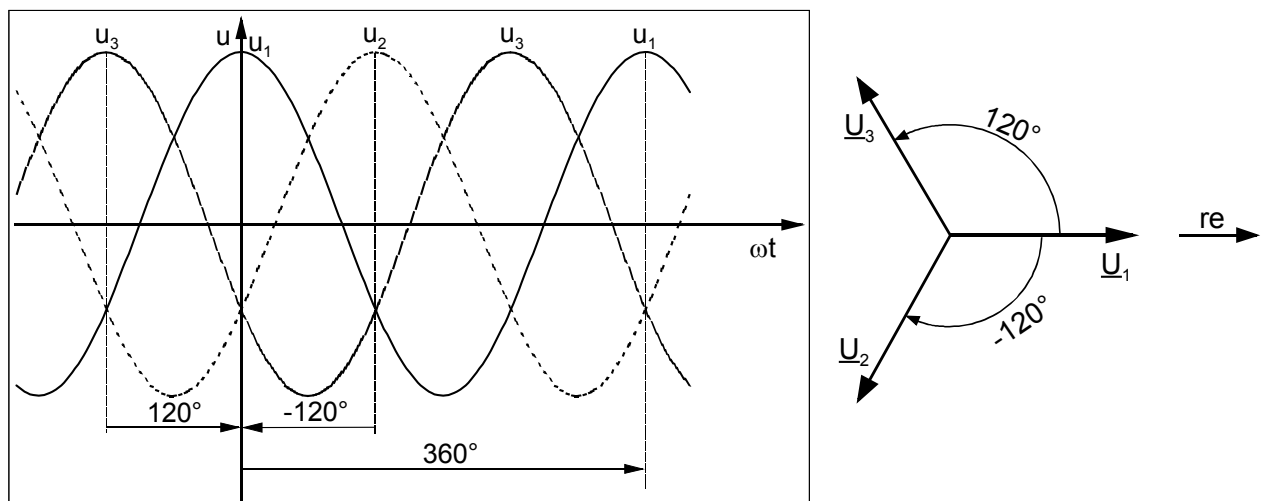
$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= U_{\text{Str.}} \cdot e^{j0^\circ} = U_{\text{Str.}} \\ \underline{U}_2 &= U_{\text{Str.}} \cdot e^{-j120^\circ} = U_{\text{Str.}} \cdot \underline{} - 120^\circ \\ \underline{U}_3 &= U_{\text{Str.}} \cdot e^{j120^\circ} = U_{\text{Str.}} \cdot \underline{} - 240^\circ = U_{\text{Str.}} \cdot \underline{} 120^\circ\end{aligned}\quad (1.1)$$

Häufig muß die Summe von drei symmetrischen Größen gebildet werden. Am Beispiel der drei Spannungen nach Gl. (1.2) wird dieses untersucht:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= U_{\text{Str.}} \\ \underline{U}_2 &= U_{\text{Str.}} \cdot (-0,5 - j0,866) \\ \underline{U}_3 &= U_{\text{Str.}} \cdot (-0,5 + j0,866)\end{aligned}\quad (1.2)$$

Die Summe von drei symmetrischen Spannungen ist stets Null. (1.3)

$$\Sigma \underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0 \quad (1.3)$$



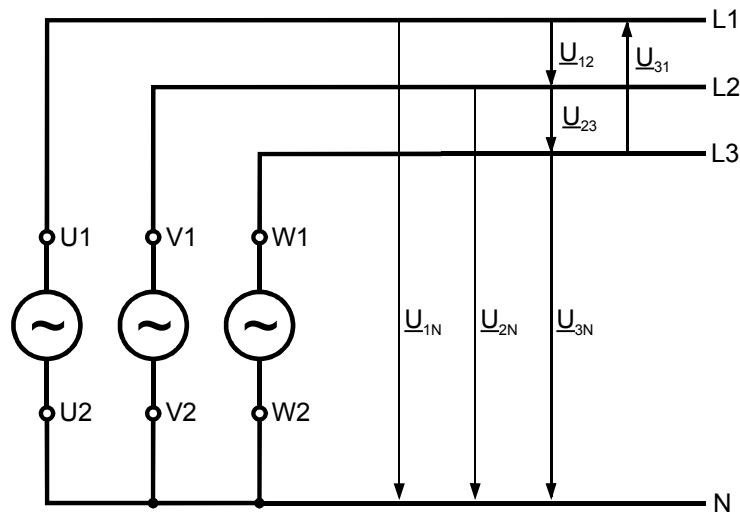
Liniendiagramm und Effektivwertzeiger von drei symmetrischen Spannungen

Sternschaltung

Werden die drei Wicklungsenden U2, V2, W2 eines Drehstromerzeugers in einem Knotenpunkt miteinander verbunden, so erhält man die Sternschaltung. Der Knotenpunkt wird als Sternpunkt N bezeichnet; an ihm kann ein Sternpunktleiter angeschlossen werden.

Die übrigen Klemmen U1, V1, W1 eines Drehstromerzeugers heißen Außenpunkte. An diese werden die Außenleiter L1, L2, L3 angeschlossen.

Ein Leitersystem, das die drei Außenleiter und den Sternleiter enthält, bezeichnet man als Vierleitersystem. Bei einem Dreileitersystem sind nur die Außenleiter vorhanden.



Sternschaltung eines Drehstromerzeugers

Bei der Sternschaltung liegt eine Strangspannung zwischen einem Außenpunkt und dem Sternpunkt. Sind die Strangspannungen symmetrisch, so wird der Effektivwert einer Strangspannung auch Sternspannung genannt.

Die Strangspannungen werden mit $\underline{U}_{1N}$, $\underline{U}_{2N}$, $\underline{U}_{3N}$ oder, wenn Verwechslungen ausgeschlossen sind, mit $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$, $\underline{U}_3$ bezeichnet. Unter Berücksichtigung der zeitlichen Aufeinanderfolge der Phasen gilt nach (1.4) für die Spannungen:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= U_Y \cdot \underline{1} \cdot 0^\circ = U_Y \\ \underline{U}_2 &= U_Y \cdot \underline{1} \cdot -120^\circ = U_Y \cdot (-0,5 - j0,866) \\ \underline{U}_3 &= U_Y \cdot \underline{1} \cdot 120^\circ = U_Y \cdot (-0,5 + j0,866)\end{aligned}\quad (1.4)$$

Eine Sternspannung kann nur im Vierleitersystem abgegriffen werden. Sowohl im Vier- als auch im Dreileitersystem können drei Spannungen zwischen je zwei Außenleitern abgegriffen werden; sie werden als Außenleiterspannungen $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$ bezeichnet. Es gilt:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{12} &= \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N} \\ \underline{U}_{23} &= \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{3N} \\ \underline{U}_{31} &= \underline{U}_{3N} - \underline{U}_{1N}\end{aligned}\quad (1.5)$$

Nach Gl. (1.4) erhält man:

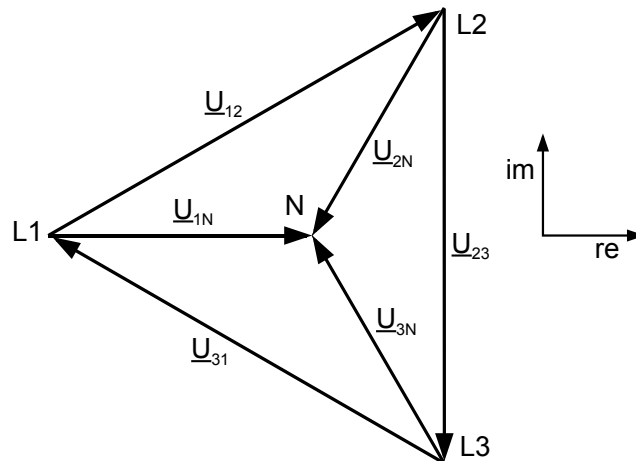
$$\begin{aligned}\underline{U}_{12} &= U_Y \cdot (1,5 + j0,866) = \sqrt{3} \cdot U_Y \cdot \underline{1} \cdot 30^\circ \\ \underline{U}_{23} &= U_Y \cdot (-j1,732) = \sqrt{3} \cdot U_Y \cdot \underline{1} \cdot -90^\circ \\ \underline{U}_{31} &= U_Y \cdot (-1,5 + j0,866) = \sqrt{3} \cdot U_Y \cdot \underline{1} \cdot 150^\circ\end{aligned}\quad (1.6)$$

Im Zeigerdiagramm lassen sich die symmetrischen Strang- und Außenleiterspannungen darstellen.

$$U = \sqrt{3} \cdot U_Y \quad (1.7)$$

Für den Effektivwert U einer Außenleiterspannung gilt nach Gl. (1.7):

Wird für ein Drehstromsystem nur eine Spannung angegeben, so handelt es sich stets um eine Außenleiterspannung.

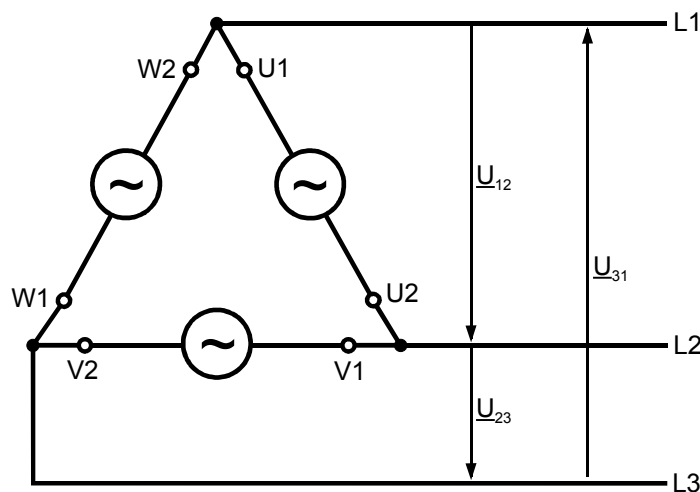


Zeigerdiagramm der symmetrischen Strang- und Außenleiterspannungen

Dreieckschaltung

Wird jedes Wicklungsende mit dem Anfang der nächsten Wicklung verbunden, so erhält man die Dreieckschaltung. Bei ihr sind nur drei Klemmen für den Anschluß der Außenleiter vorhanden.

Die Energie eines im Dreieck geschalteten Drehstromerzeugers (Transformators) wird mit einem Dreileitersystem zu den Verbrauchern übertragen.



Dreieckschaltung eines Drehstromerzeugers

Bei der Dreieckschaltung liegt jede Strangspannung zwischen zwei Außenpunkten.

In einem symmetrischen Drehstromsystem ist die Dreiecksspannung gleich dem Effektivwert einer Außenleiterspannung (1.8).

$$U_{\Delta} = U \quad (1.8)$$

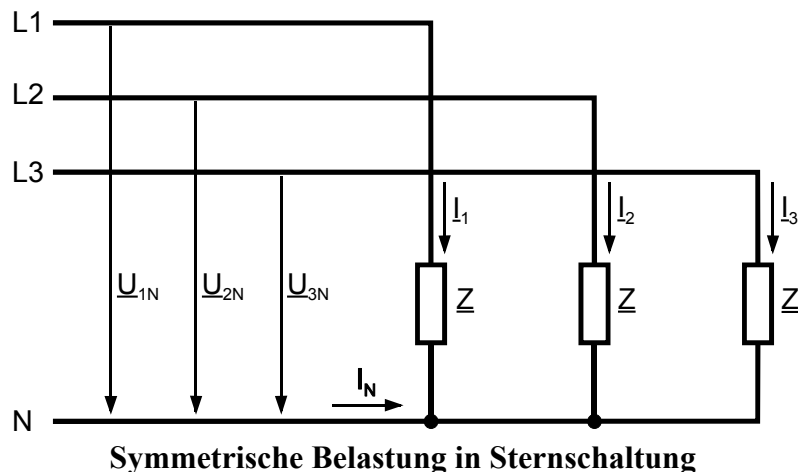
1.2 Symmetrische Belastung

Die Außenleiterspannungen des Erzeugers bzw. des Netzes werden als symmetrisch und konstant vorausgesetzt.

Wenn die Stränge eines Verbrauchers untereinander gleich sind, also gleiche Impedanzen $\underline{Z}$ aufweisen, spricht man von einer symmetrischen Belastung; die Verbraucherstränge können dabei in Stern oder Dreieck geschaltet sein.

Sternschaltung

Wird ein Verbraucher in Sternschaltung von einem Vierleiternetz gespeist, so liegt die Sternspannung an jedem Verbraucherstrang.



Die Strangströme berechnen sich nach Gl. (1.9).

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_{1N}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_Y}{\underline{Z}} \angle -\varphi \\ \underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}_{2N}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_Y}{\underline{Z}} \angle -120^\circ - \varphi \\ \underline{I}_3 &= \frac{\underline{U}_{3N}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_Y}{\underline{Z}} \angle 120^\circ - \varphi\end{aligned}\tag{1.9}$$

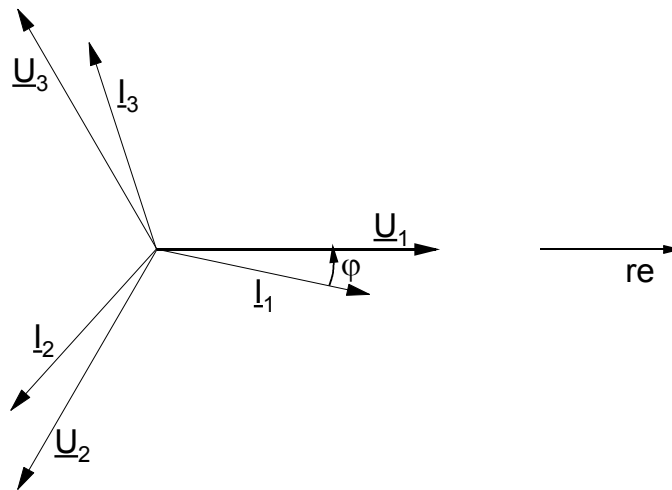
Bei symmetrischer Belastung in Sternschaltung wird der Effektivwert eines Strangstromes Sternstrom genannt; er ist gleich dem Effektivwert eines Außenleiterstromes:

Damit kann Gl. (1.9) vereinfacht geschrieben werden:

$$I_Y = I = \frac{U_Y}{Z}\tag{1.10}$$

Bei symmetrischer Belastung in Sternschaltung sind also die Strangspannungen und die Strangströme symmetrisch.

Nach dem Knotenpunktsatz ist der Strom $\underline{I}_N$ im Sternpunktleiter die Summe der Strangströme, die bei symmetrischen Größen den Wert Null ergibt.



Zeigerdiagramm der Strangspannungen und Strangströme bei symmetrischer Belastung in Sternschaltung

Wird in einem Drehstromnetz elektrische Energie in nichtelektrische Energie umgewandelt, so wird die Summe der Augenblickswerte sämtlicher Strangleistungen $P_{\text{str}}(t)$ gebildet. Es gilt für die gesamte Leistung $P(t)$ die Gl. (1.12):

$$\begin{aligned}
 P(t) = & \sqrt{2} \cdot U_Y \cdot \cos \omega t \cdot \sqrt{2} \cdot I_Y \cdot \cos(\omega t - \varphi) \\
 & + \sqrt{2} \cdot U_Y \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) \cdot \sqrt{2} \cdot I_Y \cdot \cos(\omega t - 120^\circ - \varphi) \\
 & + \sqrt{2} \cdot U_Y \cdot \cos(\omega t + 120^\circ) \cdot \sqrt{2} \cdot I_Y \cdot \cos(\omega t + 120^\circ - \varphi)
 \end{aligned} \quad (1.12)$$

Durch Umformung erhält man drei zeitunabhängige und drei zeitabhängige Terme (1.13):

$$\begin{aligned}
 P(t) = & U_Y \cdot I_Y \cdot \cos \varphi + U_Y \cdot I_Y \cdot \cos(2\omega t - \varphi) \\
 & + U_Y \cdot I_Y \cdot \cos \varphi + U_Y \cdot I_Y \cdot \cos(2\omega t - 240^\circ - \varphi) \\
 & + U_Y \cdot I_Y \cdot \cos \varphi + U_Y \cdot I_Y \cdot \cos(2\omega t + 240^\circ - \varphi)
 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Im Zeigerdiagramm sind die zeitunabhängigen Terme durch drei ortsfeste und die zeitabhängigen durch rotierende Zeiger dargestellt.

Bei symmetrischer Belastung ist die gesamte Leistung der drei Stränge eine zeitlich konstante Wirkleistung (1.14). Diese Tatsache hat bei Drehstrommaschine hinsichtlich des zeitlich konstanten Drehmomentes eine große Bedeutung.

$$P(t) = P = 3 \cdot U_Y \cdot I_Y \cdot \cos \varphi \quad (1.14)$$

Im Gegensatz zur Leistung $P(t) = P$ des gesamten Drehstromsystems ist die Leistung $P_{\text{str}}(t)$ jedes Stranges zeitabhängig. Für Strang 1 gilt:

$$P_1(t) = U_Y \cdot I_Y \cdot \cos \varphi + U_Y \cdot I_Y \cdot \cos(2\omega t - \varphi) \quad (1.15)$$

Die zeitabhängige Leistung (Gl. 1.15) lässt sich in eine Wirk- und eine Blindleistungsschwingung zerlegen:

$$\begin{aligned}
 P_1(t) = & U_Y \cdot I_Y \cdot \cos \varphi (1 + \cos 2\omega t) \\
 & + U_Y \cdot I_Y \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t
 \end{aligned} \quad (1.16)$$

Die Blindleistung eines Stranges ist:

$$Q_{\text{str}} = U_Y \cdot I_Y \cdot \sin \varphi \quad (1.17)$$

Bei symmetrischer Belastung gilt für die gesamte Blindleistung eines Drehstromsystems:

$$Q = 3 \cdot Q_{\text{str}} = 3 \cdot U_Y \cdot I_Y \cdot \sin \varphi \quad (1.18)$$

Die Gl. (1.14 und 1.18) lassen sich zur komplexen Leistung $\underline{S}$ des Drehstromsystems zusammenfassen:

$$\underline{S} = P + jQ = 3 \cdot U_Y \cdot I_Y \cdot \underline{\varphi} \quad \text{mit} \quad \varphi = \varphi_u - \varphi_i \quad (1.19)$$

Häufig wird die Wirk-, Blind- und Scheinleistung mit den Außenleitergrößen angegeben (1.20):

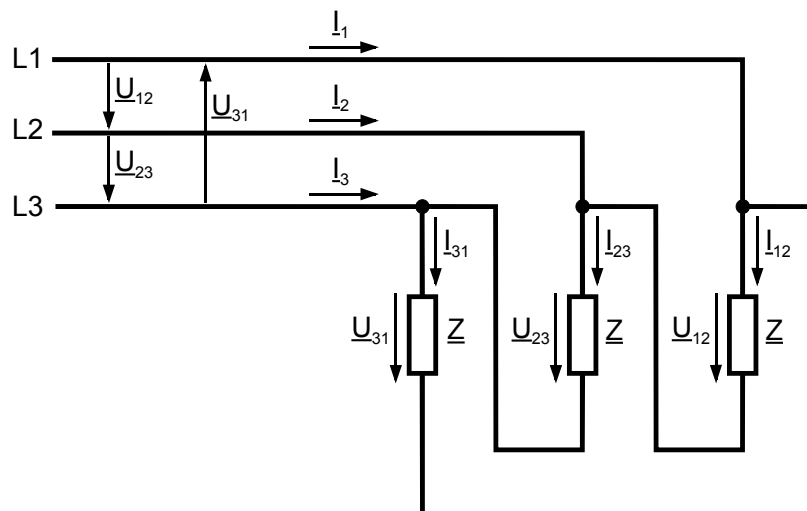
$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \\ Q &= \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi \\ \underline{S} &= \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \underline{\varphi} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Auch in Gl. (1.20) wird der Phasenverschiebungswinkel der Strangspannung gegen den Strangstrom verwendet.

Dreieckschaltung

Eine Strangspannung ist bei Dreieckschaltung gleich der am Strang anliegenden Außenleiterspannung. Der Effektivwert einer symmetrischen Strangspannung wird Dreiecksspannung genannt. Es gilt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{12} &= \underline{U}_\Delta \cdot \underline{30^\circ} \\ \underline{U}_{23} &= \underline{U}_\Delta \cdot \underline{-90^\circ} \\ \underline{U}_{31} &= \underline{U}_\Delta \cdot \underline{150^\circ} \end{aligned} \quad (1.21)$$



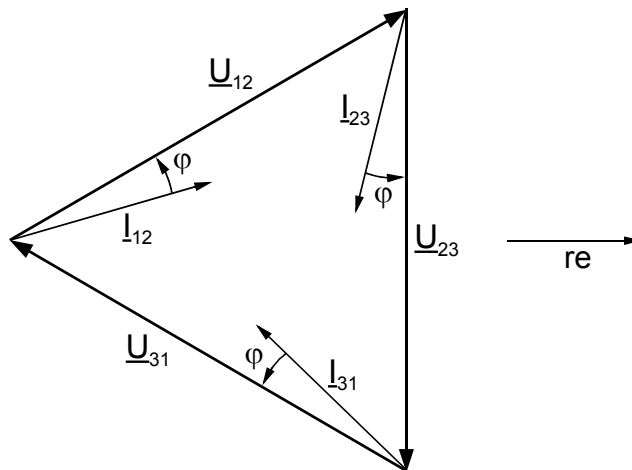
Symmetrische Belastung in Dreieckschaltung

Bei symmetrischer Belastung in Dreieckschaltung wird der Effektivwert eines Strangstromes Dreieckstrom genannt (Gl. 1.22):

$$I_\Delta = \frac{U_\Delta}{Z} \quad (1.22)$$

Die Strangströme werden wie die Strangspannungen durch zwei Indizes gekennzeichnet und nach Gl. (1.23) berechnet.

$$\begin{aligned} \underline{I}_{12} &= I_\Delta \cdot \underline{30^\circ - \varphi} \\ \underline{I}_{23} &= I_\Delta \cdot \underline{-90^\circ - \varphi} \\ \underline{I}_{31} &= I_\Delta \cdot \underline{150^\circ - \varphi} \end{aligned} \quad (1.23)$$



Zeigerdiagramm der Stranggrößen bei symmetrischer Belastung in Dreieckschaltung

Die Außenleiterströme werden nach Gl. (1.24) berechnet.

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_\Delta \cdot \underline{\underline{-\varphi}} = \frac{3 \cdot \underline{U}_1}{\underline{Z}} \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_\Delta \cdot \underline{\underline{-120^\circ - \varphi}} = \frac{3 \cdot \underline{U}_2}{\underline{Z}} \\ \underline{I}_3 &= \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_\Delta \cdot \underline{\underline{120^\circ - \varphi}} = \frac{3 \cdot \underline{U}_3}{\underline{Z}} \end{aligned} \quad (1.24)$$

Die Außenleiterströme bilden wie die Strangströme ein symmetrisches Drehstromsystem. Für den Effektivwert eines Außenleiterstromes gilt Gl. (1.25):

$$I = \sqrt{3} \cdot I_\Delta \quad (1.25)$$

Ein Außenleiterstrom ist in einem symmetrischen Drehstromsystem um den Faktor $\sqrt{3}$ größer als der Dreieckstrom.

Die gesamte Leistung der drei Stränge ist auch bei symmetrischer Dreieckschaltung zeitlich konstant und gleich der Wirkleistung.

$$P(t) = P = 3 \cdot U_\Delta \cdot I_\Delta \cdot \cos \varphi \quad (1.26)$$

Für die Blindleistung gilt:

$$Q = 3 \cdot U_\Delta \cdot I_\Delta \cdot \sin \varphi \quad (1.27)$$

$$\underline{S} = 3 \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}_\Delta \cdot \underline{\underline{\varphi}} \quad (1.28)$$

Hieraus erhält man die komplexe Leistung der drei Stränge.

Anstelle der Stranggrößen werden zur Berechnung der komplexen Leistung des Drehstromsystems die Außenleitergrößen verwendet.

Wird ein symmetrischer Drehstromverbraucher am gleichen Netz in Stern- bzw. in Dreieckschaltung betrieben, so sind die jeweils aufgenommenen Leistungen unterschiedlich. Es gilt:

$$\underline{S} = \sqrt{3} \cdot U \cdot \underline{I} \cdot \underline{\underline{\varphi}} \quad (1.29)$$

$$\underline{S}_Y = 3 \cdot U_Y \cdot \underline{I}_Y \cdot \underline{\underline{\varphi}} = 3 \cdot \frac{U_Y^2}{\underline{Z}} \cdot \underline{\underline{\varphi}} \quad (1.30)$$

$$\underline{S}_\Delta = 3 \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}_\Delta \cdot \underline{\underline{\varphi}} = 3 \cdot \frac{U_\Delta^2}{\underline{Z}} \cdot \underline{\underline{\varphi}} \quad (1.31)$$

Mit $U_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot U_Y$ erhält man:

$$\underline{S}_{\Delta} = 3 \cdot \underline{S}_Y \quad (1.32)$$

1.3 Unsymmetrische Belastung

In einem Drehstrom-System liegt unsymmetrische Belastung vor, wenn der Widerstand $\underline{Z}$ eines Stranges von dem eines anderen Stranges abweicht. Auch wenn die Erzeuger bei Leerlauf symmetrische Spannungen liefern, führt eine unsymmetrische Belastung infolge der Impedanzen von Erzeugern und Leitungen zu unsymmetrischen Strömen und Verbraucherspannungen.

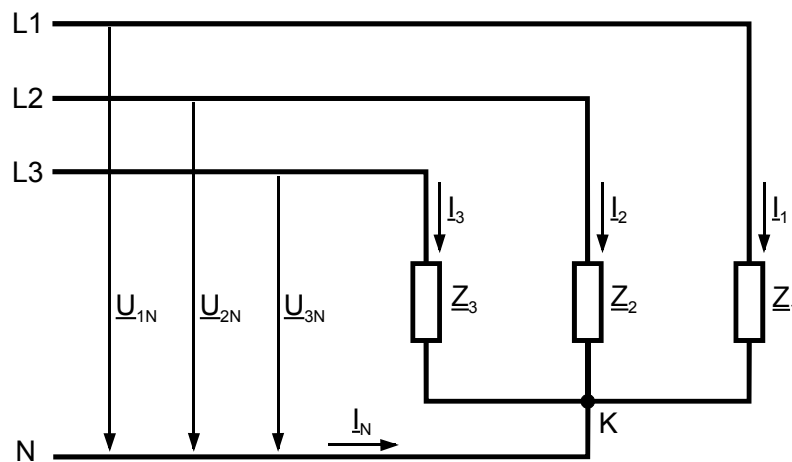
Im folgenden wird ein starres Netz angenommen, so daß die Außenleiterspannungen der Verbraucher symmetrisch sind.

Unsymmetrische Belastung kann in drei Schaltungsarten vorliegen, am Vierleiternetz in Sternschaltung und am Dreileiternetz sowohl in Stern- als auch in Dreieckschaltung. Bei jeder dieser Schaltungsarten kann die komplexe Leistung der drei Stränge mit Hilfe der Strangspannungen und der Außenleiterströme nach Gl. (1.33) berechnet werden.

$$\underline{S} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^* \quad (1.33)$$

Sternschaltung am Vierleiternetz

Bei starrem Netz sind im Vierleitersystem nicht nur die Außenleiterspannungen sondern auch die Spannungen $\underline{U}_{1N}$, $\underline{U}_{2N}$, $\underline{U}_{3N}$ symmetrisch; dies gilt auch bei unsymmetrischer Belastung.



Unsymmetrische Belastung am Vierleiternetz

Der Sternpunktleiter N verbindet den Knoten K mit dem Sternpunkt des Erzeugers. Da bei unsymmetrischer Belastung die Strangströme unsymmetrisch sind, fließt im allgemeinen im Sternpunktleiter ein Sternpunktleiterstrom $\underline{I}_N$ (Gl. 1.34). Dies ist nur dann zulässig, wenn der Sternpunkt des Erzeugers belastbar ist.

$$\underline{I}_N = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3) \quad (1.34)$$

Unsymmetrische Belastung liegt immer dann vor, wenn ein Verbraucher weniger als drei Stränge, also nur zwei Stränge oder einen Strang besitzt.

Auch bei unsymmetrischer Belastung kann der Sternpunktleiterstrom $\underline{I}_N = 0$ sein.

Bei beliebiger unsymmetrischer Belastung kann der Sternpunktleiterstrom größer sein als der größte Außenleiterstrom.

In der Praxis werden bei Kabeln und Leitungen für Vierleiternetze gleiche Leiterquerschnitte für Außenleiter und Sternpunktleiter gewählt; bei Außenleiterquerschnitten oberhalb von 16 mm^2 darf der Sternpunktleiter sogar einen geringeren Leiterquerschnitt aufweisen.

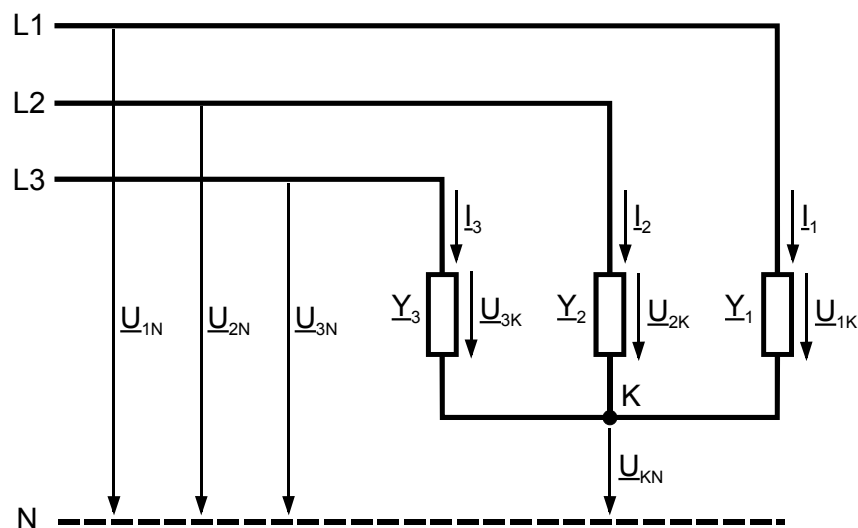
Bei Sternpunktschaltung ist jeder Strangstrom gleich dem Außenleiterstrom. Im Vierleiternetz liegt jeder Strang zwischen einem Außenleiter und dem Sternpunktleiter. Für die komplexe Leistung der drei Stränge gilt somit Gl. (1.33).

Die gesamte Wirkleistung der drei Stränge ist jedoch bei unsymmetrischer Belastung zeitlich nicht konstant.

Für die Messung der Wirkleistung bzw. der Blindleistung bei unsymmetrischer Belastung am Vierleiternetz sind drei Leistungsmesser erforderlich.

Sternschaltung am Dreileiternetz

Bei einer Sternschaltung am Dreileiternetz ist der Knotenpunkt K der Verbraucherstränge nicht mit dem Sternpunktleiter N des Netzes verbunden.



Unsymmetrische Belastung in Sternpunktschaltung am Dreileiternetz

Bei unsymmetrischer Belastung sind nicht nur die Strangströme, sondern auch die Strangspannungen unsymmetrisch. Deswegen tritt zwischen dem Knotenpunkt K und dem Sternpunkt N die Spannung $\underline{U}_{KN}$ auf, die Sternpunktspannung genannt wird.

In Sonderfällen kann die Sternpunktspannung auch bei unsymmetrischer Belastung gleich Null sein.

Wenn die Außenleiterspannungen des Netzes und die komplexen Widerstände bzw. Leitwerte der Verbraucherstränge gegeben sind, müssen bei der Berechnung der Sternpunktspannung $\underline{U}_{KN}$ und der Stranggrößen sieben unbekannte Größen bestimmt werden.

Für die Strangströme gilt Gl. (1.35):

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{1K} \\ \underline{I}_2 &= \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{2K} \\ \underline{I}_3 &= \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{3K} \end{aligned} \quad (1.35)$$

Für die Strangspannungen gilt Gl. (1.36):

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1K} &= \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{KN} \\ \underline{U}_{2K} &= \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{KN} \\ \underline{U}_{3K} &= \underline{U}_{3N} - \underline{U}_{KN} \end{aligned} \quad (1.36)$$

Die Gln. (1.35, 1.36) werden in die Knotengleichung (1.37) eingesetzt:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \quad (1.37)$$

Nach Umstellung erhält man die Sternpunktspannung:

$$\underline{U}_{KN} = \frac{\underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{1N} + \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{2N} + \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{3N}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} \quad (1.38)$$

Mit der Sternpunktspannung (Gl. 1.38) können mit Gl. (1.36) die Strangspannungen und schließlich die Strangströme mit Gl. (1.35) ermittelt werden.

Die Berechnung der Strangspannungen und -ströme ist erheblich einfacher, wenn nur zwei Verbraucherstränge vorhanden sind.

Ist der Sternpunktleiter nicht vorhanden oder nicht zugänglich, so kann ein Sternpunkt für Meßzwecke durch drei gleiche Zweipole in Sternschaltung hergestellt werden; man spricht dabei von einem künstlichen Sternpunkt.

Die gesamte Leistung der drei Stränge ist die Summe der Strangleistungen (Gl. 1.39).

$$\underline{S} = \underline{U}_{1K} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2K} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3K} \cdot \underline{I}_3^* \quad (1.39)$$

Werden in Gl. (1.39) die Strangspannungen nach Gl. (1.36) eingesetzt und die Knotenpunktgleichung (1.37) berücksichtigt, so erhält man die allgemeine Gleichung für die gesamte Leistung der drei Stränge (Gl. 1.33).

Für das Dreileiternetz läßt sich die Berechnung der Leistung vereinfachen, wenn ein Strom unter Anwendung der Knotenpunktgleichung (1.37) eliminiert wird. Man erhält:

$$\underline{S} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot (-\underline{I}_1^* - \underline{I}_2^*) \quad (1.40)$$

$$\underline{S} = \underline{U}_{13} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_2^* \quad (1.41)$$

In der Leistungsgleichung (1.40) treten Spannungsdifferenzen auf, die den Außenleiterspannungen gleich sind (Gl. 1.41).

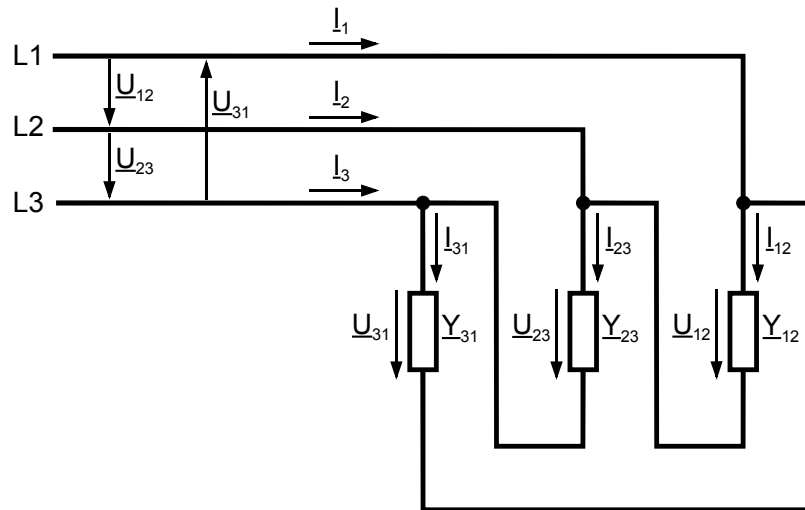
Zur Berechnung der Leistung im Dreileiternetz brauchen also nur Außenleitergrößen bekannt zu sein.

Dreieckschaltung

Eine Dreieckschaltung kann nur an ein Dreileiternetz angeschlossen werden. Bei starrem Netz sind die Außenleiterspannungen und damit die Strangspannungen des Verbrauchers symmetrisch. Die Strangströme sind jedoch bei unsymmetrischer Belastung unsymmetrisch.

Für die Strangströme gilt:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{12} &= \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_{12} \\ \underline{I}_{23} &= \underline{Y}_{23} \cdot \underline{U}_{23} \\ \underline{I}_{31} &= \underline{Y}_{31} \cdot \underline{U}_{31} \end{aligned} \quad (1.42)$$



Unsymmetrische Belastung in Dreieckschaltung

Auch die Außenleiterströme sind unsymmetrisch; sie lassen sich mit Gl. (1.43) aus den Strangströmen berechnen. In Sonderfällen können die Außenleiterströme jedoch trotz unsymmetrischer Belastung symmetrisch sein.

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{12} - I_{31} = Y_{12} \cdot U_{12} - Y_{31} \cdot U_{31} \\ I_2 &= I_{23} - I_{12} = Y_{23} \cdot U_{23} - Y_{12} \cdot U_{12} \\ I_3 &= I_{31} - I_{23} = Y_{31} \cdot U_{31} - Y_{23} \cdot U_{23} \end{aligned} \quad (1.43)$$

Nach dem Knotensatz ist die Summe der Außenleiterströme im Dreileiternetz stets gleich Null. Die gesamte Verbraucherleistung kann aus der Summe der Strangleistungen berechnet werden (1.44).

$$\underline{S} = \underline{U}_{12} \cdot I_{12}^* + \underline{U}_{23} \cdot I_{23}^* + \underline{U}_{31} \cdot I_{31}^* \quad (1.44)$$

Durch Einsetzen von Gl. (1.5) in Gl. (1.44) erhält man für die gesamte Verbraucherleistung:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{U}_{1N} \cdot I_{12}^* - \underline{U}_{2N} \cdot I_{12}^* \\ &+ \underline{U}_{2N} \cdot I_{23}^* - \underline{U}_{3N} \cdot I_{23}^* \\ &+ \underline{U}_{3N} \cdot I_{31}^* - \underline{U}_{1N} \cdot I_{31}^* \end{aligned} \quad (1.45)$$

Werden die Produkte der Gl. (1.45) mit gleichen Spannungen zusammengefaßt, so erhält man:

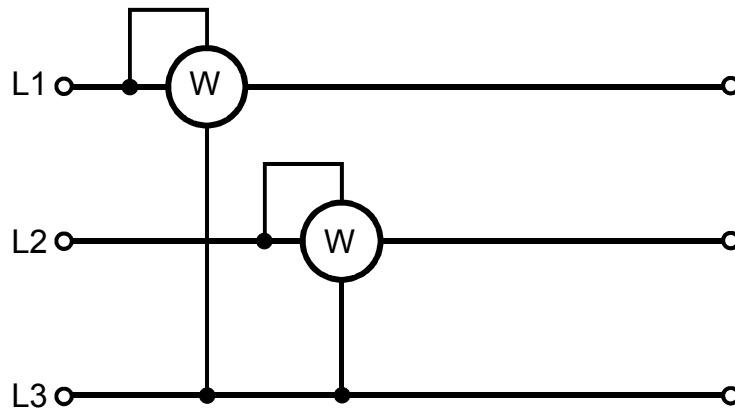
$$\underline{S} = \underline{U}_{1N} \cdot I_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot I_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot I_3^* \quad (1.46)$$

Gl. (1.46) entspricht der allg. Gleichung für die komplexe Leistung (1.33).

Die Berechnung der Leistung läßt sich auch bei Dreieckschaltung entsprechend Gl. (1.41) vereinfachen. Mit dieser Gleichung kann also die gesamte Leistung im Dreileiternetz unabhängig von der Schaltung der Verbraucher berechnet werden.

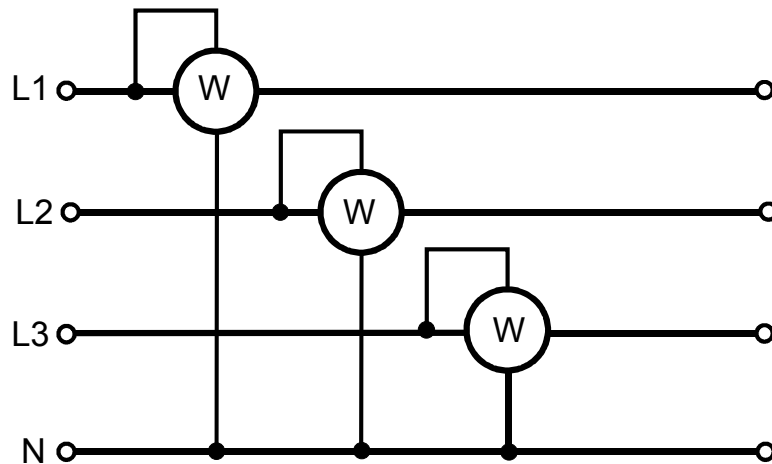
$$\underline{S} = P + jQ = \underline{U}_{13} \cdot I_1^* + \underline{U}_{23} \cdot I_2^* \quad (1.47)$$

Gemäß Gl. (1.47) kann die Wirkleistung im Dreileiternetz mit zwei Wattmetern in der sogenannten Aron-Schaltung gemessen werden.

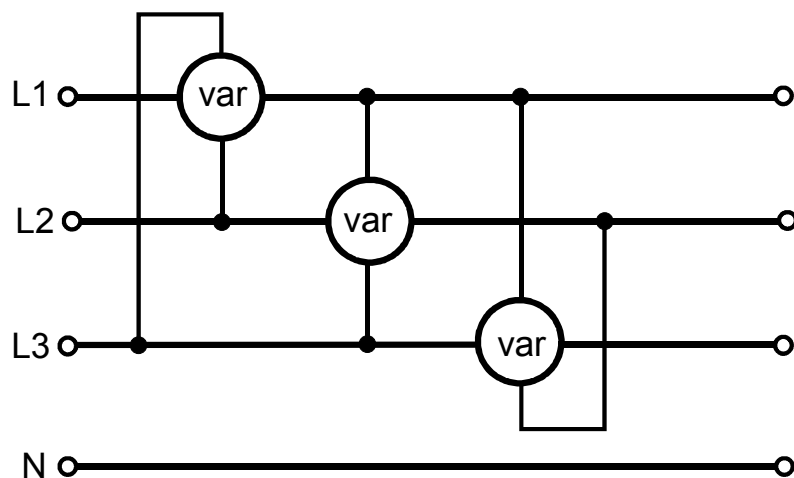


Aron-Schaltung zur Wirkleistungsmessung im Dreileiternetz

Die Leistungsmesser werden bei der Aron-Schaltung entweder direkt oder über Wandler in die Stromkreise geschaltet bzw. an die Außenleiterspannungen gelegt. Meist sitzen beide Wattmeter auf einer Achse; die gesamte Wirkleistung im Dreileiternetz kann dabei auf einer Skala abgelesen werden. Diese Schaltung wird auch bei Meßumformern angewendet.



Drei-Leistungsmesser-Verfahren zur Wirkleistungsmessung im Vierleiternetz



Drei-Leistungsmesserverfahren zur Blindleistungsmessung im Drei- und Vierleiternetz

1.4 Symmetrische Komponenten

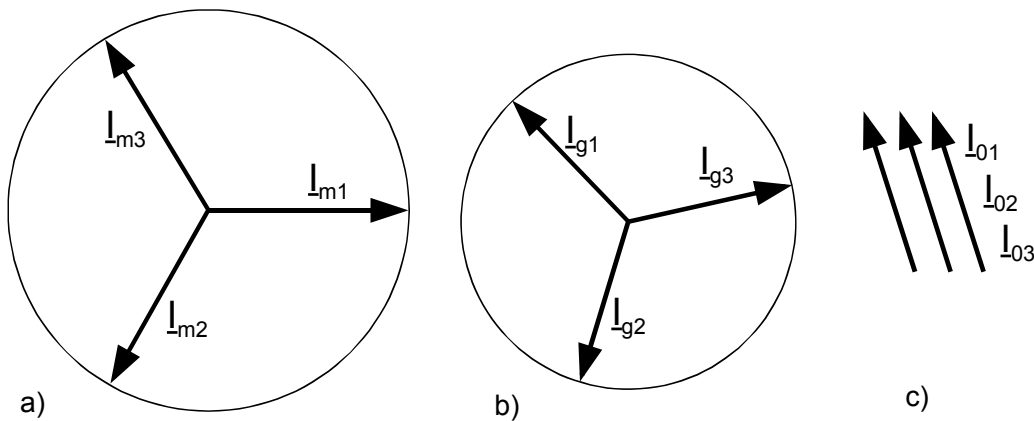
Dreiphasensystem

Wird eine Drehstromwicklung durch unsymmetrische Strangströme gespeist, so lässt sich das entsprechende umlaufende Magnetfeld in ein mit- und ein gegensinniges Kreisfeld zerlegen. Vorteilhafter ist die Aufteilung in symmetrische Anteile bereits bei den ungleichen Strangströmen. Hierzu wendet man die Methode der "Symmetrischen Komponenten" an.

Die Zerlegung eines Drehstromsystems in symmetrische Komponenten (Mit-, Gegen- und Nullsystem) erfolgt mit Hilfe der komplexen Rechnung. Man definiert:

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1.48)$$

$$a^2 = e^{j240^\circ} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1.49)$$



a) Mitsystem

b) Gegensystem

c) Nullsystem

Symmetrische Komponenten des Drehstromsystems

Für die drei symmetrischen Systeme gelten folgende Beziehungen.

Mitsystem:

$$I_{m1} = I_m ; \quad I_{m2} = a^2 \cdot I_m ; \quad I_{m3} = a \cdot I_m \quad (1.50)$$

Gegensystem:

$$I_{g1} = I_g ; \quad I_{g2} = a \cdot I_g ; \quad I_{g3} = a^2 \cdot I_g \quad (1.51)$$

Nullsystem:

$$I_{01} = I_{02} = I_{03} = I_0 \quad (1.52)$$

In diese Anteile kann jedes beliebige unsymmetrische Drehstromsystem zerlegt und dadurch eindeutig bestimmt werden. Eine Nullkomponente wird dabei nur dann auftreten, wenn ein Mittelpunktsleiter vorhanden ist, über den der Summenstrom zurückfließen kann.

$$3 \cdot I_0 = I_1 + I_2 + I_3 \quad (1.53)$$

Jeder Strangwert lässt sich in alle drei Stromkomponenten zerlegen. Es gilt:

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{I}_0 + \underline{I}_{m1} + \underline{I}_{g1} \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_0 + \underline{I}_{m2} + \underline{I}_{g2} \\ \underline{I}_3 &= \underline{I}_0 + \underline{I}_{m3} + \underline{I}_{g3}\end{aligned}\tag{1.54}$$

Setzt man in Gl. (1.54) die Gln. (1.50 und 1.51) ein, so erhält man nach Umformung die Ströme der drei symmetrischen Komponenten.

$$\begin{aligned}\underline{I}_m &= \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_1 + a \cdot \underline{I}_2 + a^2 \cdot \underline{I}_3) \\ \underline{I}_g &= \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_1 + a^2 \cdot \underline{I}_2 + a \cdot \underline{I}_3) \\ \underline{I}_0 &= \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3)\end{aligned}\tag{1.55}$$

Es ist zu beachten, daß $a^3 = 1$ und $1 + a + a^2 = 0$ ergibt.

Das Mitsystem der Ströme baut in der Drehstrommaschine das mitlaufende Kreisdrehfeld auf. Das Gegensystem bildet das gegenläufige oder inverse Kreisdrehfeld. Die Teilströme finden dabei im allgemeinen in der Maschine ungleiche Scheinwiderstände vor.

Für die Spannungsfälle gilt:

$$\begin{aligned}\underline{U}_m &= \underline{I}_m \cdot \underline{Z}_m & \underline{U}_g &= \underline{I}_g \cdot \underline{Z}_g \\ \underline{U}_0 &= \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_0\end{aligned}\tag{1.56}$$

Die unsymmetrischen Strangspannungen berechnen sich aus den symmetrischen Anteilen:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{U}_m + \underline{U}_g + \underline{U}_0 \\ \underline{U}_2 &= a^2 \cdot \underline{U}_m + a \cdot \underline{U}_g + \underline{U}_0 \\ \underline{U}_3 &= a \cdot \underline{U}_m + a^2 \cdot \underline{U}_g + \underline{U}_0\end{aligned}\tag{1.57}$$

Die Berechnung der Spannungen der symmetrischen Komponenten aus den unsymmetrischen Strangspannungen erfolgt in Analogie zu den Strömen.

Zweiphasensysteme

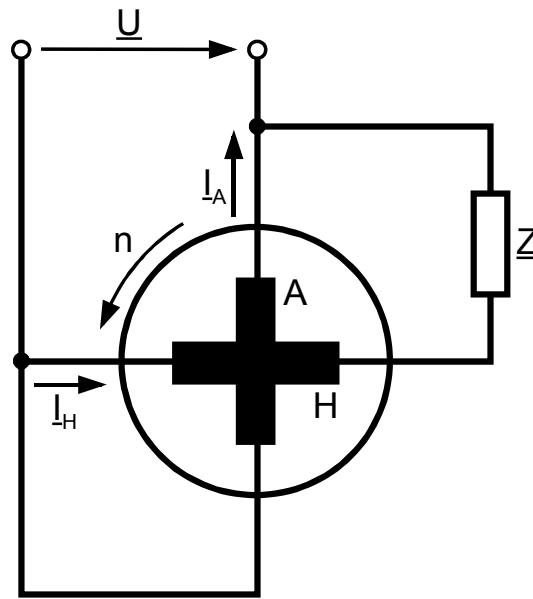
Kleinmaschinen, die an einem Wechselstromnetz betrieben werden, sind hierzu meist mit einer zweisträngigen Ständerwicklung ausgeführt. Um ein Kreisfeld aufbauen zu können, müssen die zwei Stränge A und H räumlich 90° zueinander versetzt und die zugehörigen Ströme zeitlich um denselben Winkel phasenverschoben sein.

Die symmetrischen Komponenten einer Zweiphasenmaschine bestehen damit aus einem Mit- und einem Gegensystem. Für das Mitsystem gilt:

$$\underline{I}_{mA} = \underline{I}_m \quad \underline{I}_{mH} = j \cdot \underline{I}_m\tag{1.58}$$

Für das Gegensystem gilt:

$$\underline{I}_{gA} = \underline{I}_g \quad \underline{I}_{gH} = -j \cdot \underline{I}_g\tag{1.59}$$



Schaltung eines zweisträngigen Motors mit symmetrischen Komponenten des Zweiphasensystems

Die Wicklungsströme werden aus beiden symmetrischen Komponenten gebildet.

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{mA} + \underline{I}_{gA} \quad \underline{I}_H = \underline{I}_{mH} + \underline{I}_{gH} \quad (1.60)$$

Die symmetrischen Komponenten lassen sich aus den Gln. (1.58 - 1.60) berechnen.

$$\underline{I}_m = \frac{1}{2} \cdot (\underline{I}_A - j \cdot \underline{I}_H) \quad (1.61)$$

$$\underline{I}_g = \frac{1}{2} \cdot (\underline{I}_A + j \cdot \underline{I}_H)$$

Im allgemeinen finden im Zweiphasensystem die Ströme ungleiche Impedanzen vor. Für die gesamte Spannung eines Strangs gilt:

$$\underline{U} = \underline{I}_{mA} \cdot \underline{Z}_{mA} + \underline{I}_{gA} \cdot \underline{Z}_{gA} \quad (1.62)$$

$$\underline{U} = \underline{I}_{mH} \cdot \underline{Z}_{mH} + \underline{I}_{gH} \cdot \underline{Z}_{gH}$$